

Durée de l'épreuve 2h – aucun document ni calculatrice autorisés

1- Systèmes binaires

Soit un système physique de N spins pouvant s'aligner \uparrow ou \downarrow

La probabilité d'avoir un spin \uparrow est p (donnée du problème)

La probabilité d'avoir un spin \downarrow sera alors q

- Donnez les relations entre $p+q$ et $p-q$
- Chaque spin a un moment magnétique \vec{m} de valeur absolue m . Calculez sa valeur moyenne \bar{m} en fonction de p .
- Calculez la valeur moyenne \bar{M} .

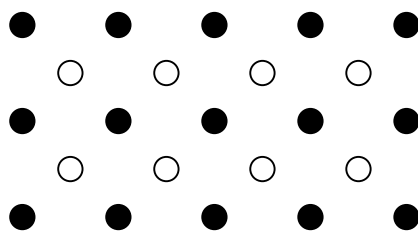
Vérifiez que $\overline{\Delta M} = 0$.

Démontrez que $\overline{\Delta M^2} = 4Npqm^2$

Calculez l'écart type fractionnel : $\frac{(\overline{\Delta M^2})^{1/2}}{\bar{M}}$

2 - Défauts de Frenkel

Un cristal contient N sites réguliers (sites "ordonnés noirs") et N' sites de défaut ("interstices blancs"), représentés respectivement par des points noirs et blancs. Dans l'état fondamental, les atomes occupent chacun un site ordonné et les interstices sont vides. Soit E_0 l'énergie de l'état fondamental. Quand un atome passe d'un site ordonné à un interstice, son énergie augmente de $\epsilon > 0$.



Le cristal ayant l'énergie $E > E_0$. Soit "n" le nombre de défauts à cette énergie.

- Exprimer "E" en fonction de n, E_0 et ϵ . (attention, la réponse est très simple)
- Calculer le nombre d'états microscopiques du système.
- Calculer l'entropie microcanonique "S" et la température "T" en fonction de "n". On utilisera la formule de Sterling ($\ln N! = N \ln N - N$) en supposant que $N, N' \gg 1$.
- Sachant que $n \ll N$ et N' , en déduire "n" en fonction de "T".
Montrer que $n = (NN')^{1/2} \exp(-\epsilon/2k_B T)$.